



CHANGEMENT DE SYSTEME GEODESIQUE

Algorithmes

S
G
N
2
7
8
1
9

1^{ère} édition
Janvier 1995

© INSTITUT GEOGRAPHIQUE NATIONAL
2-4, AVENUE PASTEUR - 94165 SAINT MANDE CEDEX



**ALGORITHMES NECESSAIRES
AU
CHANGEMENT DE SYSTEME
GEODESIQUE**

SOMMAIRE

NOMBRE de PAGES

ALG0009	3
ALG0012	2
ALG0013	3
ALG0013 bis	3
ALG0014	5
ALG0015	2
ALG0016	3
ALG0021	2

TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées géographiques —————> coordonnées cartésiennes.

Numéro : **ALG0009**.

Description :

Transformation de coordonnées géographiques ellipsoïdales en coordonnées cartésiennes.

Variables :

- paramètres en entrée :

λ : longitude par rapport au méridien origine.
 φ : latitude.
 h_e : hauteur au-dessus de l'ellipsoïde.
 a : demi-grand axe de l'ellipsoïde.
 e : première excentricité de l'ellipsoïde.

- paramètres en sortie :

X, Y, Z : coordonnées cartésiennes.

Autre algorithme utilisé :

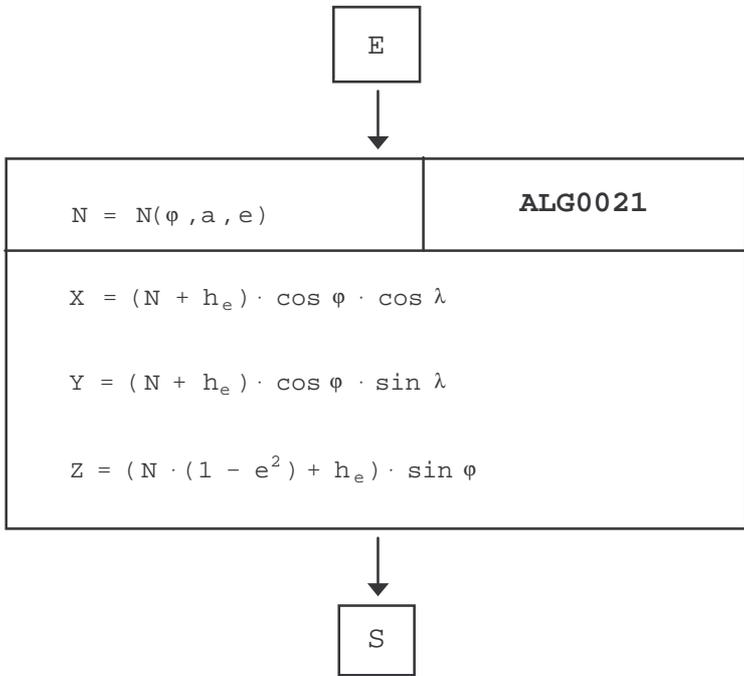
ALG0021 : calcul de la grande normale N de l'ellipsoïde de demi-grand axe a et de première excentricité e.

TRANSFORMATION DE COORDONNEES	
Coordonnées géographiques	—————> coordonnées cartésiennes.

Schéma séquentiel :

E : λ , φ , h_e , a , e.

S : X , Y , Z.



Notation utilisée :

$N(\varphi, a, e)$: calcul de la grande normale de l'ellipsoïde de demi-grand axe a et d'excentricité e.

TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées géographiques —————> coordonnées cartésiennes.

Jeux d'essai :

λ (rad)	0,017 453 292 48	0,002 908 882 12	0,005 817 764 23
ϕ (rad)	0,020 362 174 57	0,000 000 000 00	-0,031 997 703 00
h_e (m)	100,000 0	10,000 0	2 000,000 0
a (m)	6 378 249,200 0	6 378 249,200 0	6 378 249,200 0
e	0,082 483 256 79	0,082 483 256 79	0,082 483 256 79

X (m)	6 376 064,695 5	6 378 232,214 9	6 376 897,536 9
Y (m)	111 294,623 0	18 553,578 0	37 099,705 0
Z (m)	128 984,725 0	0,000 0	-202 730,907 0

TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées cartésiennes —————> coordonnées géographiques.

Numéro : **ALG0012.**

Description :

Transformation, pour un ellipsoïde donné, des coordonnées cartésiennes d'un point en coordonnées géographiques ellipsoïdales par la méthode de Heiskanen-Moritz-Boucher.

Variables :

- paramètres en entrée :

X, Y, Z : coordonnées cartésiennes.
a : demi-grand axe de l'ellipsoïde.
e : première excentricité de l'ellipsoïde.
ε : tolérance de convergence.

- paramètres en sortie :

λ : longitude par rapport au méridien origine.
φ : latitude.
h_e : hauteur au-dessus de l'ellipsoïde.

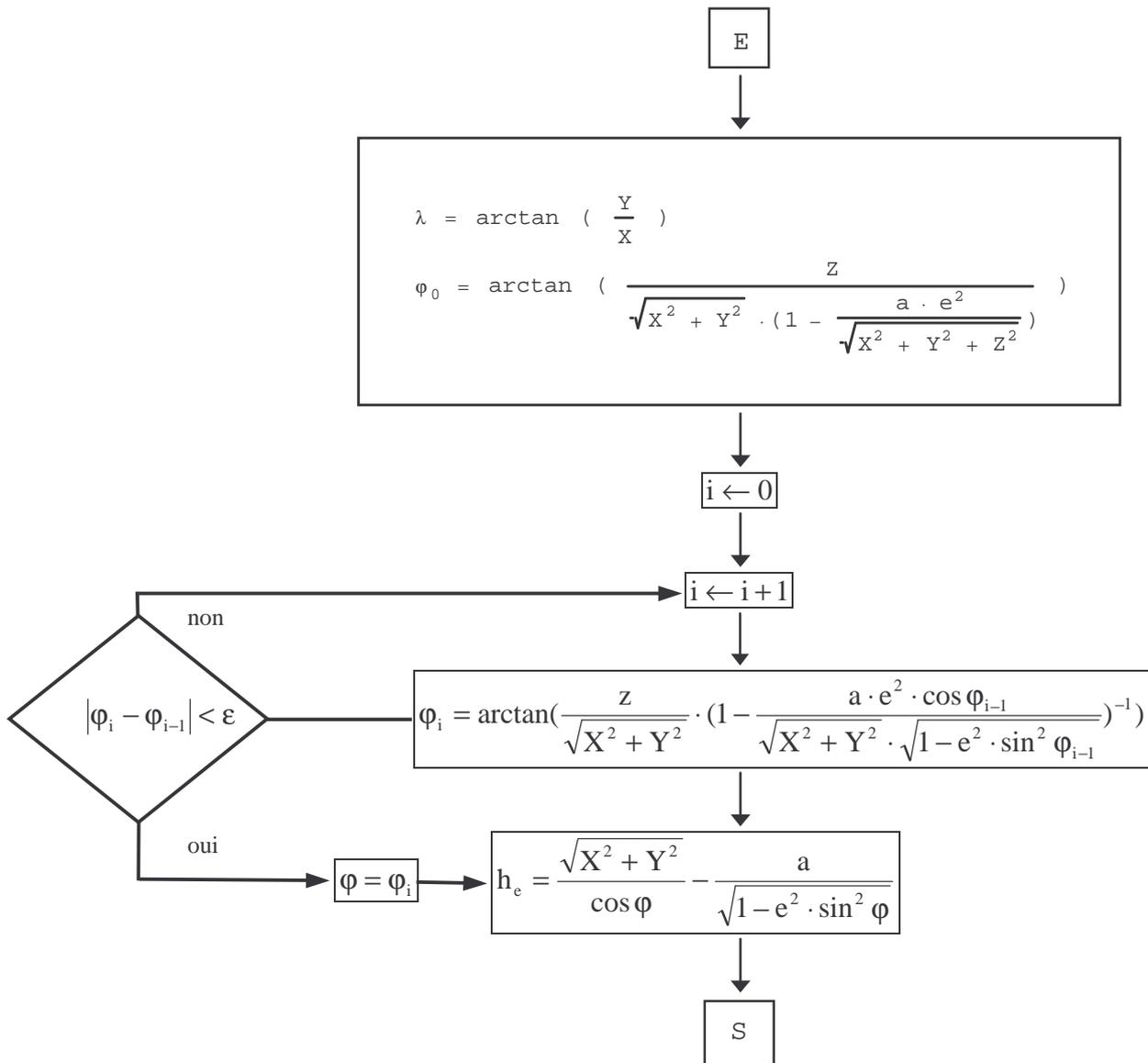
TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées cartésiennes → coordonnées géographiques.

Schéma séquentiel :

E : a , e , X , Y , Z , ε.

S : λ , φ , h_e.



TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées cartésiennes —————> coordonnées géographiques.

Jeux d'essai :

a (m)	6 378 249,200 0	6 378 249,200 0	6 378 249,200 0
e	0,082 483 256 79	0,082 483 256 79	0,082 483 256 79
X (m)	6 376 064,695 0	6 378 232,215 0	6 376 897,537 0
Y (m)	111 294,623 0	18 553,578 0	37 099,705 0
Z (m)	128 984,725 0	0,000 0	-202 730,907 0
ε (rad)	1 x 10 ⁻¹¹	1 x 10 ⁻¹¹	1 x 10 ⁻¹¹

λ (rad)	0,017 453 292 48	0,002 908 882 12	0,005 817 764 23
φ (rad)	0,020 362 174 57	0,000 000 000 00	-0,031 997 703 01
h_e (m)	99,999 5	10,000 1	2 000,000 1

TRANSFORMATION DE COORDONNEES A 7 PARAMETRES ENTRE DEUX SYSTEMES GEODESIQUES
--

Numéro : **ALG0013.**

Description :

A partir d'un jeu de 7 paramètres (3 translations, 1 facteur d'échelle et 3 rotations) de passage du système (1) vers le système (2), et des coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans le système (1), calcul des coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans le système (2).

Variables :

- paramètres en entrée :

T_x	:	translation suivant l'axe des x (de(1) vers (2))
T_y	:	translation suivant l'axe des y (de(1) vers (2))
T_z	:	translation suivant l'axe des z (de(1) vers (2))
D	:	facteur d'échelle (de (1) vers (2))
R_x	:	angle de rotation autour de l'axe des x, en radians (de(1) vers (2))
R_y	:	angle de rotation autour de l'axe des y, en radians (de(1) vers (2))
R_z	:	angle de rotation autour de l'axe des z, en radians (de (1) vers (2))
U	:	vecteur de coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans le système (1) $U = (U_x, U_y, U_z)$

- paramètre en sortie :

V	:	vecteur de coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans le système (2) $V = (V_x, V_y, V_z)$
-----	---	---

Remarque :

Cet algorithme utilise des rotations exprimées selon la convention IERS. C'est sous cette convention que les paramètres sont enregistrés dans la Base de Données Géodésique de l'IGN.

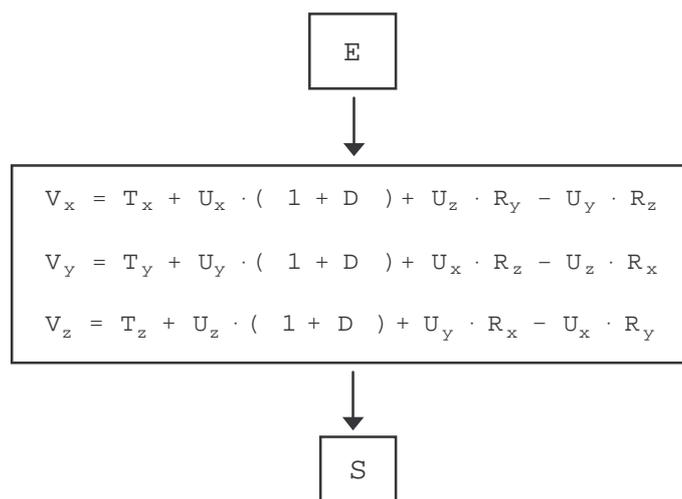
Cet algorithme utilise des approximations liées à l'hypothèse a-priori de petites rotations entre les systèmes (de l'ordre de quelques secondes d'arc). Pour une transformation rigoureuse, utiliser l'ALG0063 avec les signes appropriés.

TRANSFORMATION DE COORDONNEES A 7 PARAMETRES ENTRE DEUX SYSTEMES GEODESIQUES

Schéma séquentiel :

E : $T_x, T_y, T_z, D, R_x, R_y, R_z, U$.

S : V .



TRANSFORMATION DE COORDONNEES A 7 PARAMETRES ENTRE DEUX SYSTEMES GEODESIQUES
--

Jeux d'essai :

U _x (m)	4 154 088,142 0
U _y (m)	-80 626,331 0
U _z (m)	4 822 852,813 0
T _x (m)	-69,400 0
T _y (m)	18,000 0
T _z (m)	452,200 0
D	$-3,21 \times 10^{-6}$
R _x (rad)	0,000 000 000 00
R _y (rad)	0,000 000 000 00
R _z (rad)	0,000 004 993 58

V _x (m)	4 154 005,809 9
V _y (m)	-80 587,328 4
V _z (m)	4 823 289,531 6

TRANSFORMATION DE COORDONNEES A 7 PARAMETRES ENTRE DEUX SYSTEMES GEODESIQUES
passage " inverse "

Numéro : **ALG0013 bis.**

Description :

A partir d'un jeu de 7 paramètres (3 translations, 1 facteur d'échelle et 3 rotations) de passage du système (2) vers le système (1), et des coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans le système (1), calcul des coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans le système (2).

Variables :

- paramètres en entrée :

T_x : translation suivant l'axe des x (de(2) vers (1))
 T_y : translation suivant l'axe des y (de(2) vers (1))
 T_z : translation suivant l'axe des z (de(2) vers (1))
 D : facteur d'échelle (de (2) vers (1))
 R_x : angle de rotation autour de l'axe des x, en radians (de(2) vers (1))
 R_y : angle de rotation autour de l'axe des y, en radians (de(2) vers (1))
 R_z : angle de rotation autour de l'axe des z, en radians (de (2) vers (1))
 U : vecteur de coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans le système (1)
 $U = (U_x, U_y, U_z)$

- paramètre en sortie :

V : vecteur de coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans le système (2)
 $V = (V_x, V_y, V_z)$

Remarques :

Cet algorithme doit être remplacé par ALG0063 lorsque l'ordre de grandeur des rotations ne permet plus d'approximer les angles à un développement limité d'ordre 1.

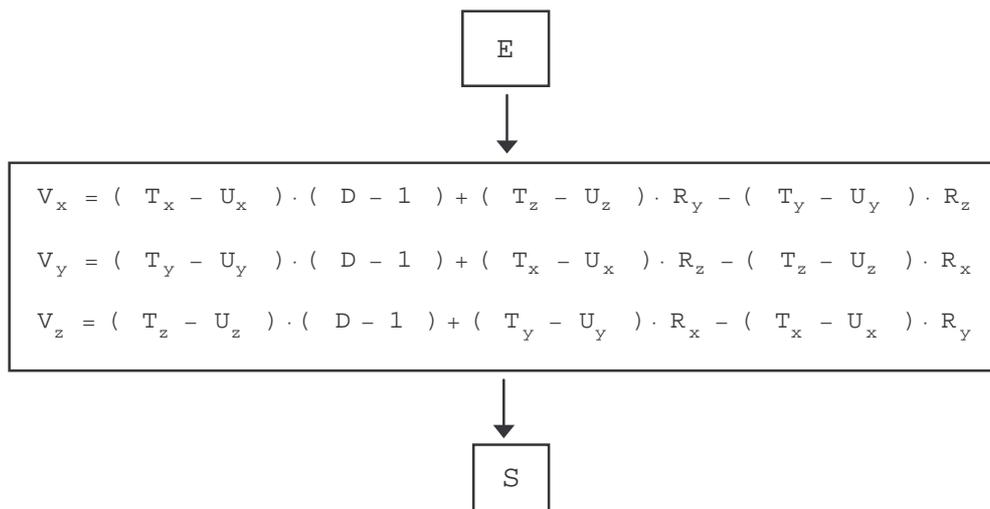
Cet algorithme utilise des rotations exprimées selon la convention IERS. C'est sous cette convention que les paramètres sont enregistrés dans la Base de Données Géodésique de l'IGN.

TRANSFORMATION DE COORDONNEES A 7 PARAMETRES ENTRE DEUX SYSTEMES GEODESIQUES
passage " inverse "

Schéma séquentiel :

E : $T_x, T_y, T_z, D, R_x, R_y, R_z, U$.

S : V .



TRANSFORMATION DE COORDONNEES A 7 PARAMETRES ENTRE DEUX SYSTEMES GEODESIQUES
 passage " inverse "

Jeux d'essai :

U _x (m)	4 154 005,810 0
U _y (m)	-80 587,328 0
U _z (m)	4 823 289,532 0
T _x (m)	-69,400 0
T _y (m)	18,000 0
T _z (m)	452,200 0
D	$-3,21 \times 10^{-6}$
R _x (rad)	0,000 000 000 00
R _y (rad)	0,000 000 000 00
R _z (rad)	0,000 004 993 58

V _x (m)	4 154 088,142 1
V _y (m)	-80 626,330 4
V _z (m)	4 822 852,813 3

ROTATION AUTOUR D'UN AXE.

Numéro : ALG0014.

Description :

Effectue la rotation d'un vecteur autour d'un axe, Ox, Oy ou Oz, d'un angle α .

Variables :

- paramètres en entrée :

U : vecteur de coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans un repère \mathcal{R}
 α : angle en radian de la rotation

- paramètre en sortie :

V : vecteur de coordonnées cartésiennes tridimensionnelles dans un repère \mathcal{R} .

On donne ici les algorithmes des trois rotations élémentaires autour des trois axes de coordonnées Ox, Oy, Oz.

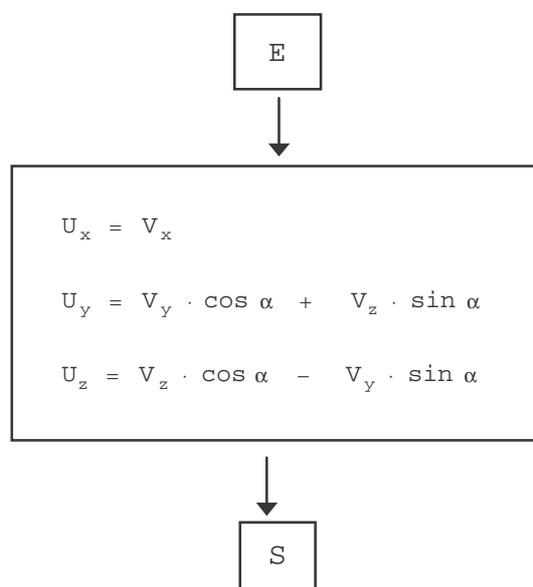
ROTATION AROUND AN AXIS.

Schéma séquentiel :

E : U, α .

S : V .

Cas de la rotation autour de l'axe Ox :



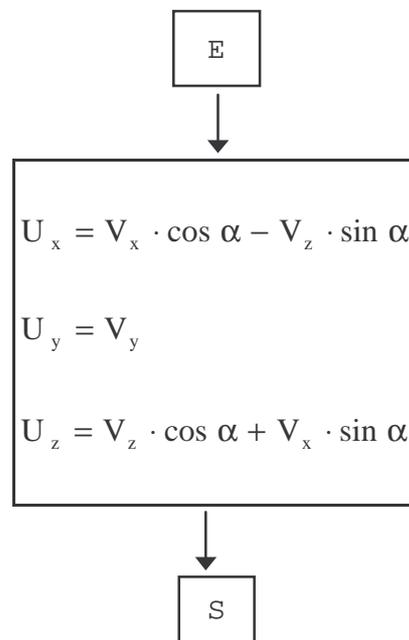
ROTATION AROUND AN AXIS.

Schéma séquentiel (suite) :

E : U, α .

S : V .

Cas de la rotation autour de l'axe Oy :



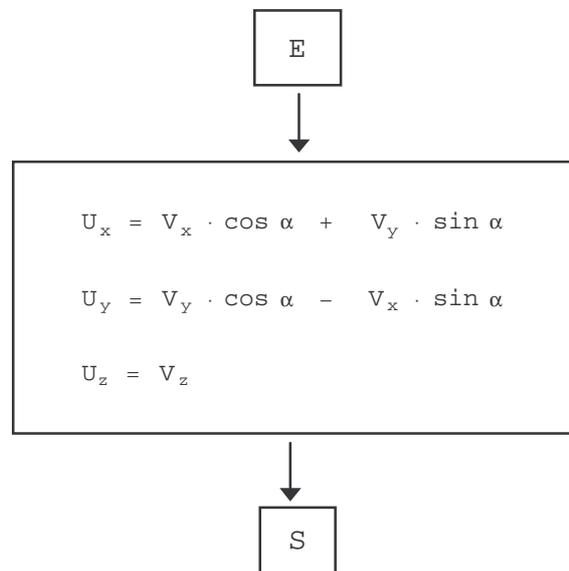
ROTATION AROUND D'UN AXE.

Schéma séquentiel (suite) :

E : U, α .

S : V .

Cas de la rotation autour de l'axe Oz :



Remarque :

On notera par la suite, R_x , R_y et R_z les rotations respectives autour des axes Ox, Oy, Oz.

ROTATION AROUND AN AXIS

Jeux d'essai :

U_x(m)	4 154 005,810 0
U_y(m)	-80 587,328 0
U_z(m)	4 823 289,532 0
α (rad)	0,000 004 993 58

	axe Ox	axe Oy	axe Oz
V_x (m)	4 154 005,810 0	4 153 981,724 5	4 154 005,407 5
V_y (m)	-80 563,242 5	-80 587,328 0	-80 608,071 4
V_z (m)	4 823 289,934 4	4 823 310,275 3	4 823 289,532 0

TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées sphériques \longrightarrow Coordonnées cartésiennes.

Numéro : ALG0015.

Description :

Transformation de coordonnées sphériques en coordonnées cartésiennes.
Le vecteur de sortie est unitaire.

Variables :

- paramètres en entrée :

Λ : longitude sphérique en radian.

Φ : latitude sphérique en radian.

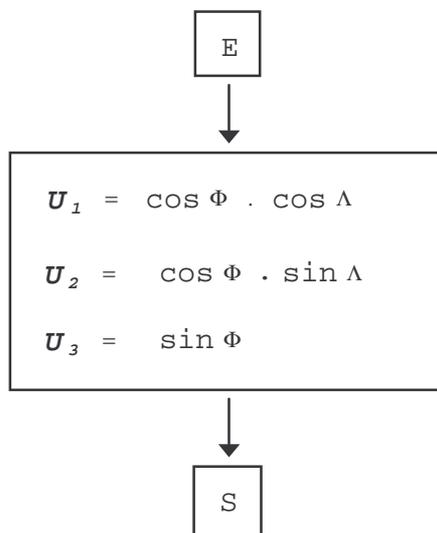
- paramètre en sortie :

\mathbf{U} : vecteur unitaire.

Schéma séquentiel :

E : Λ , Φ .

S : \mathbf{U}



TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées sphériques \longrightarrow Coordonnées cartésiennes.Jeux d'essai :

Λ (rad)	0,145 512 099 300 00
Φ (rad)	0,785 398 163 400 00

V_1	0,699 633 922 33
V_2	0,102 529 872 35
V_3	0,707 106 781 19

TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées cartésiennes —————> Coordonnées sphériques.

Numéro : **ALG0016**.

Description :

Transformation de coordonnées cartésiennes en coordonnées sphériques. Le vecteur V d'entrée n'est pas forcément unitaire.

Variables :

- paramètre en entrée :

V : vecteur d'entrée des coordonnées cartésiennes.

- paramètres en sortie :

Λ : longitude sphérique.

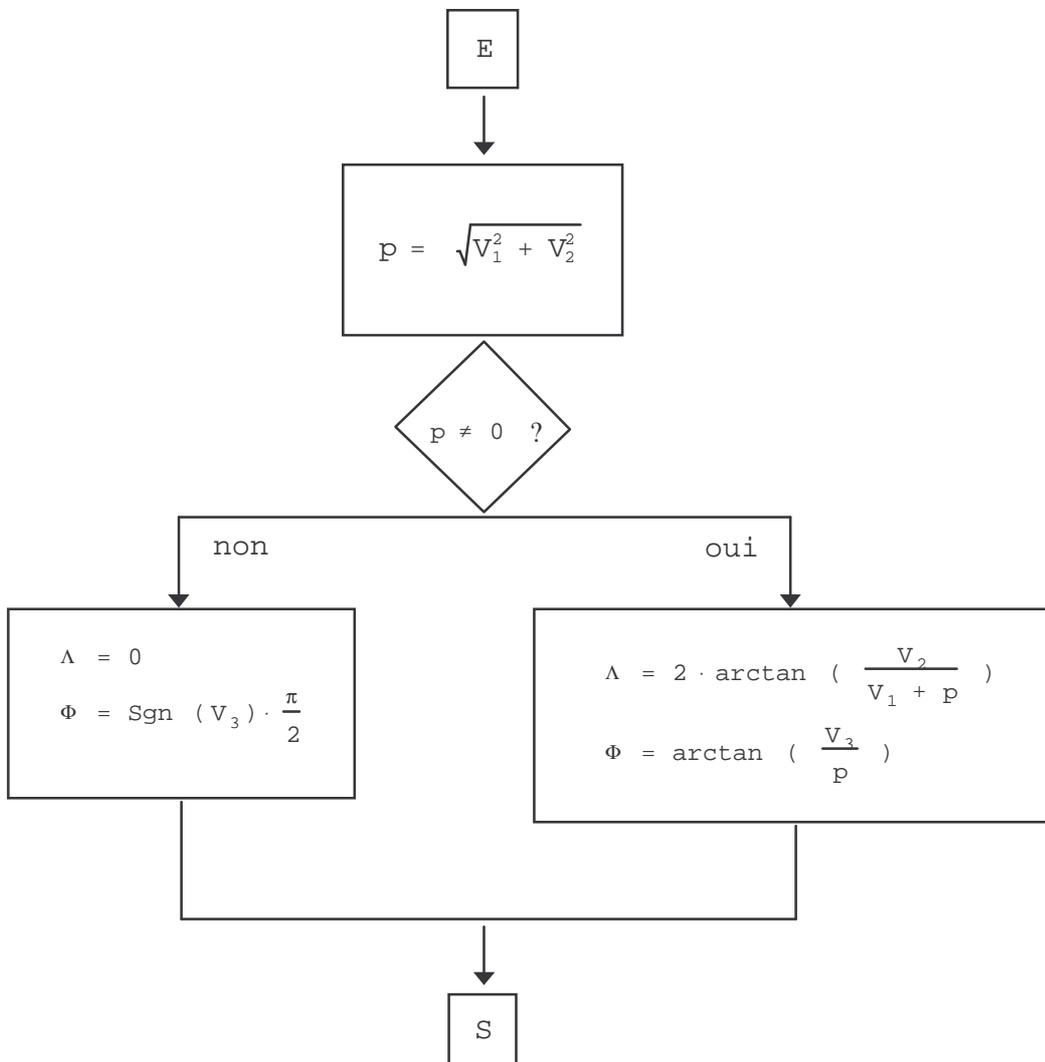
Φ : latitude sphérique.

TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées cartésiennes \longrightarrow Coordonnées sphériques.

Schéma séquentiel :

E : V.
 S : Λ , Φ .



Notation utilisée :

Sgn (V) : signe de V

TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Coordonnées cartésiennes \longrightarrow Coordonnées sphériques.Jeux d'essai :

V ₁	0,699 633 922 33
V ₂	0,102 529 872 35
V ₃	0,707 106 781 19

Λ (rad)	0,145 512 099 30
Φ (rad)	0,785 398 163 40

CALCUL DE LA GRANDE NORMALE

Numéro : **ALG0021.**

Description :

Calcul de la grande normale de l'ellipsoïde.

Variables :

- paramètres en entrée :

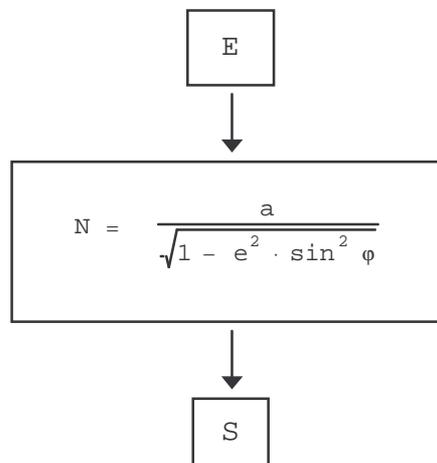
φ : latitude.
a : demi-grand axe de l'ellipsoïde.
e : première excentricité de l'ellipsoïde.

- paramètre en sortie :

N : grande normale.

Schéma séquentiel :

E : φ , a , e.
S : N.



CALCUL DE LA GRANDE NORMALE

Jeux d'essai :

$\varphi(\text{rad})$	0,977 384 381 00
$a(\text{m})$	6 378 388,000 0
e	0,081 991 890

$N(\text{m})$	6 393 174,975 5
---------------	-----------------

Remarque :

On notera $N(\varphi, e, a)$ la valeur de la grande normale d'un ellipsoïde donné (a, e) en un point de latitude φ .