

# Aide géodésique de Circé : généralités sur les conversions et transformations de coordonnées

## Table des matières

---

<b>Table des matières</b> .....	2
Définitions .....	5
Coordonnées tridimensionnelles cartésiennes géocentriques.....	6
Coordonnées tridimensionnelles géographiques.....	7
Méridien origine.....	7
Hauteur ellipsoïdale .....	8
Méridiens origines.....	9
Méridien de Paris.....	9
Définitions .....	10
Ellipse définie par affinité orthogonale de rapport $b/a$ du cercle de rayon $a$ .....	11
Notions principales.....	12
Définitions .....	12
Projections cylindriques.....	13
Projections coniques .....	15
Projections azimutales.....	16
Propriétés des représentations .....	16
Représentations conformes ou équivalentes.....	16
Altération des distances.....	17
Isomètre central, parallèles automécoïques .....	17
Projection UTM (Universal Transverse Mercator).....	18
Conversion de Géographiques vers Cartésiennes géocentriques .....	19
Conversion cartésiennes géocentriques vers géographiques .....	20
Conversion Géographiques vers planes .....	20
Système de référence terrestre (SRT) .....	21
Le Système International de Référence Terrestre (ITRS) .....	23
World Geodetic System 1984 (WGS 84).....	25

Caractéristiques : .....	26
Ellipsoïde associé : WGS 84 (presque identique à l'IAI-GRS80).....	26
Projection courante associée : UTM .....	26
Repère de référence locaux.....	27
Altitudes, définitions .....	28
Altitudes.....	28
Altitude dynamique .....	28
Altitude normale.....	28
Altitude orthométrique.....	29
Altitude orthométrique de Helmert.....	29
Altitude orthométrique normale.....	29
Hauteur ellipsoïdale .....	30
Repère de référence verticale.....	31
La conversion des hauteurs ellipsoïdales en altitudes.....	31
Modèles de géoïde .....	31
Surfaces de conversions altimétriques .....	32
Définitions .....	33
Similitude 3D à 7 paramètres .....	34

# Institut National de l'Information Géographique et Forestière



## Contacts techniques

Service de Géodésie et de Métrologie

L'information géodésique à l'IGN : <http://geodesie.ign.fr/>

Nous écrire : [geodesie@ign.fr](mailto:geodesie@ign.fr)

**Consulter les Géoservices de l'IGN :** <http://www.ign.fr/>

## Définitions

Les coordonnées d'un point sont exprimées soit sous la forme de longitude et latitude (coordonnées dites [géographiques](#)), soit en représentation cartographique plane (coordonnées dites en [projection](#)), soit encore sous la forme de coordonnées [cartésiennes](#) géocentriques.

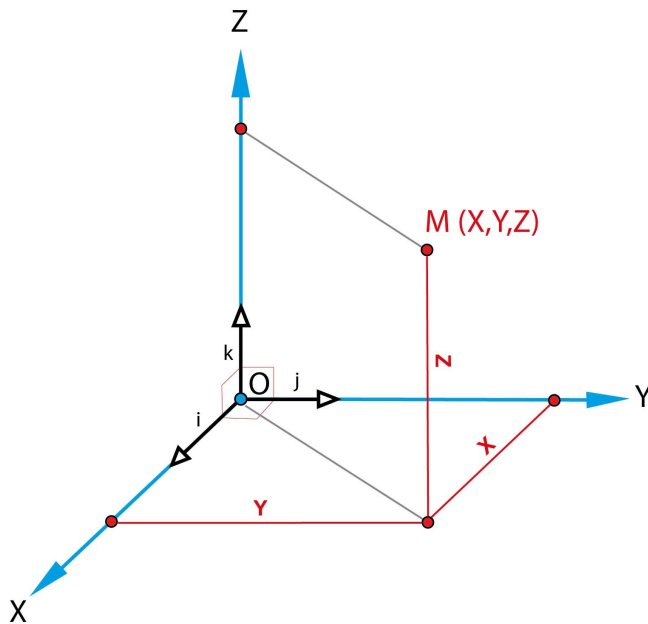
Ce dernier type de coordonnées (cartésiennes géocentriques) qui consiste en l'utilisation d'un repère tridimensionnel ayant son origine au centre des masses de la Terre est utilisé comme intermédiaire lors de calculs (essentiellement pour [les transformations entre systèmes géodésiques](#)).

Le tableau ci-dessous résume les éléments nécessaires à la description d'un type de coordonnées :

	Cartésiennes	Géographiques	Planes
Désignation	(X,Y,Z)	( $\lambda, \phi, h$ )	(E,N)
Unité angulaire		•	
Unité linéaire	•	•	•
Projection			•
Méridien origine		•	•
Ellipsoïde		•	•
Système géodésique	•	•	•

Contrairement à l'usage, il est préférable d'utiliser la convention E, N (Est, Nord) pour désigner des coordonnées en projection afin d'éviter toute confusion avec les coordonnées cartésiennes géocentriques (X, Y, Z).

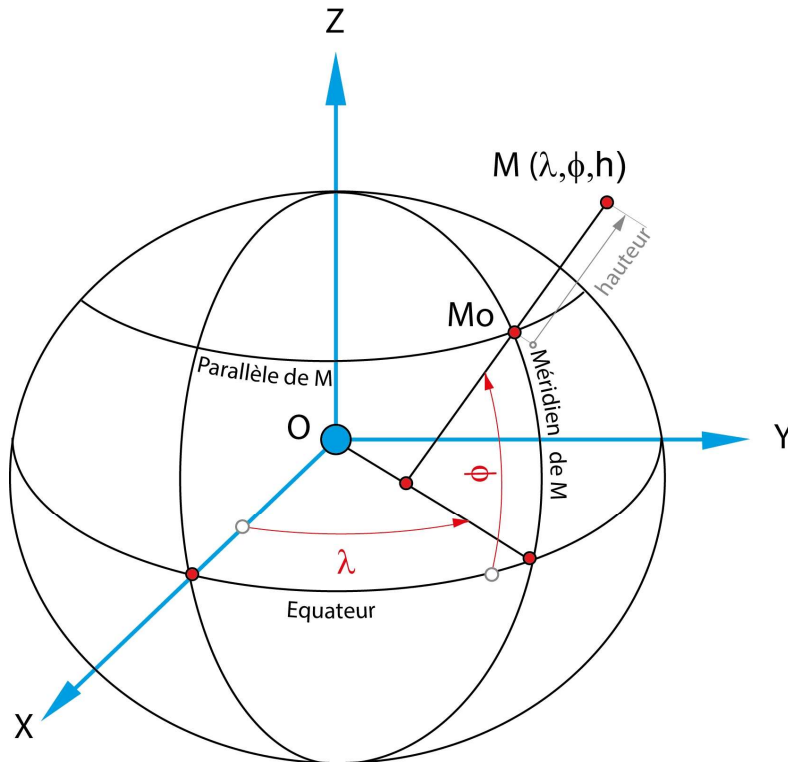
## Coordonnées tridimensionnelles cartésiennes géocentriques



Coordonnées cartésiennes géocentriques  $(X, Y, Z)$  relatives aux 3 axes d'un repère ayant son origine au centre des masses de la Terre.

Ce type de coordonnées est principalement utilisé pour les calculs en géodésie spatiale et particulièrement pour le positionnement GNSS (GPS, GLONASS, GALILEO, BEIDOU)<sup>TM</sup> ou comme intermédiaire lors de calculs de changements de repères de référence.

## Coordonnées tridimensionnelles géographiques



- La lettre grecque (lambda) désigne la longitude.
- La lettre grecque (phi) désigne la latitude.
- La lettre h correspond à la hauteur ellipsoïdale

### Méridien origine

Les longitudes sont le plus souvent comptées positivement vers l'est, par rapport à un méridien origine. Ce méridien origine peut être celui de Greenwich (méridien international), ou encore propre à la géodésie d'un pays (méridien de Paris pour la France).

## Hauteur ellipsoïdale

Cette valeur est définie dans un repère de référence géodésique et peut différer de l'altitude de plusieurs dizaines de mètres. Elle correspond à une distance entre le point considéré et le pied de la normale à l'[ellipsoïde](#). Tous les systèmes de positionnement par satellites fournissent une hauteur ellipsoïdale et non une altitude.

Il existe des [modèles de géoïde](#) (surfaces de conversion altimétrique) permettant de passer de valeurs d'altitudes à des hauteurs ellipsoïdales avec une précision qui dépend de la qualité du modèle utilisé (de quelques décimètres à 1cm selon les modèles). Il est possible très localement d'assimiler des différences de hauteurs ellipsoïdales à des différences d'altitudes. En faisant cela on néglige la "pente du géoïde" (correspondant à l'écart entre la verticale et la normale à l'ellipsoïde), qui est plus importante en région montagneuse qu'en plaine.

Voir : [Transformation entre référentiels altimétriques](#)



## Méridiens origines

Les longitudes sont le plus souvent comptées positivement vers l'est, par rapport à un méridien origine. Ce méridien origine peut être celui de Greenwich (méridien international), ou encore propre à la géodésie d'un pays ([méridien de Paris](#) pour la France métropolitaine).

## Méridien de Paris

Les longitudes sont conventionnellement comptées positivement à l'est du méridien origine et négativement à l'ouest de ce méridien.

La valeur de la longitude du méridien de référence est issue de la prise en compte de données astronomiques, spatiales ou terrestres propres au système de référence.

Dans ce contexte la longitude astronomique de l'observatoire de PARIS est de 0h 9min 20.921s ( $2^{\circ}20'13.82''$ ), valeur issue des observations astronomiques et publiée en 1922 par le BIH (Bureau International de l'Heure). Cependant, l'IGN a adopté une valeur conventionnelle légèrement différente égale à 0h 9min 20.935s ( $2^{\circ}20'14.02500''$ ). Cette valeur prend en compte les différentes observations astronomiques qui ont concouru à la réalisation du système NTF.

## Définitions

L'**ellipsoïde de révolution** ("sphère aplatie aux pôles") est un modèle mathématique utilisé pour exprimer des coordonnées géographiques afin d'effectuer des calculs sur une surface proche de celle de la Terre. Il existe de nombreux modèles d'ellipsoïdes.

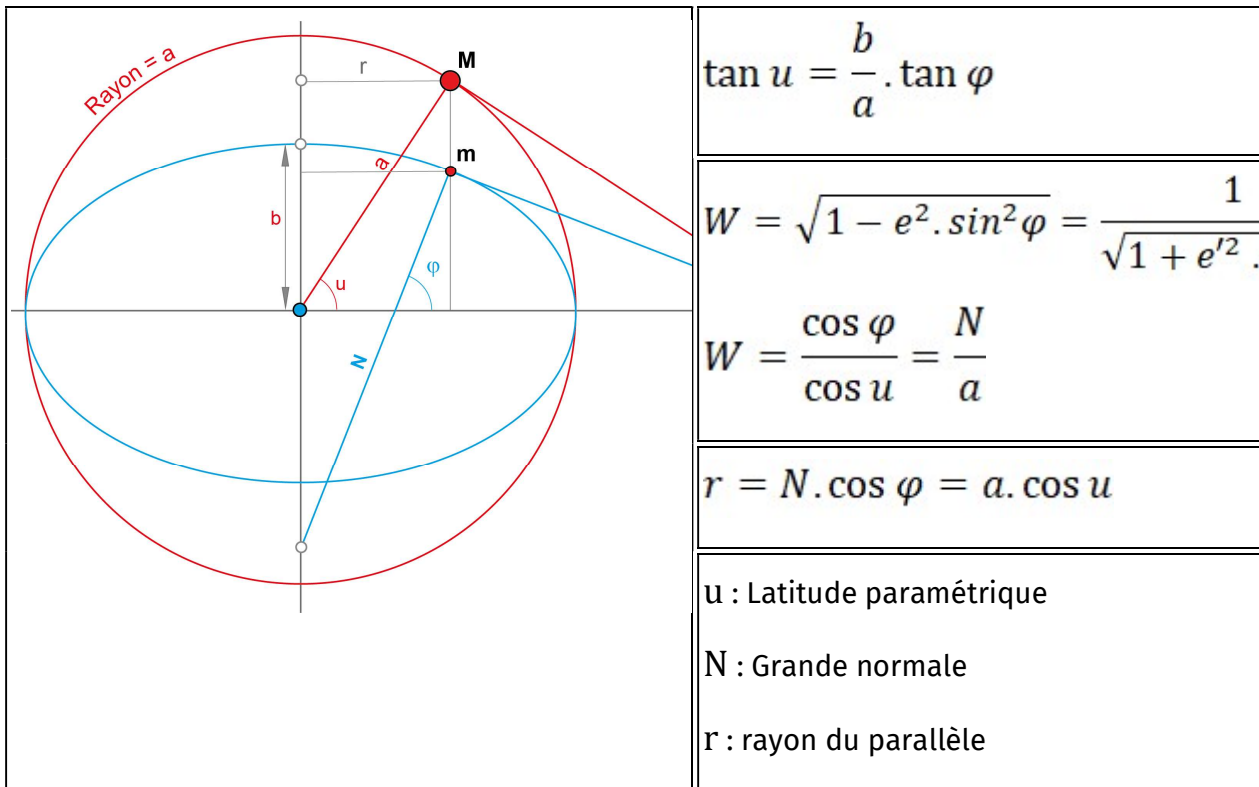
À chaque référentiel géodésique est associé un ellipsoïde sur lequel un méridien a été fixé comme origine des longitudes.

Un ellipsoïde est parfaitement défini par deux des valeurs suivantes :

<b>demi grand axe</b>	$a$
<b>demi petit axe</b>	$b$
<b>inverse de l'aplatissement</b>	$\frac{1}{f} = \frac{a}{a-b} = \frac{1}{1-\sqrt{1-e^2}}$
<b>première excentricité</b>	$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{2f - f^2}$
<b>deuxième excentricité</b>	$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$

## Ellipse définie par affinité orthogonale de rapport $b/a$ du cercle de rayon

**a**



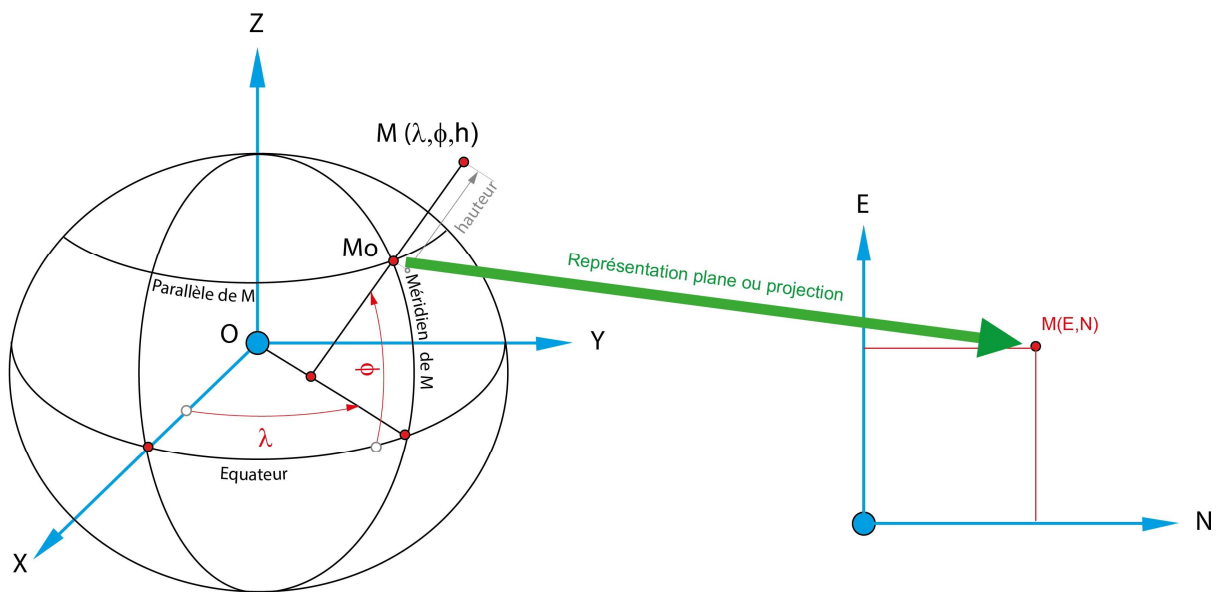
# Notions principales

## Définitions

On appelle représentation plane un ensemble de lois géométriques ou mathématiques qui permet de représenter sur un plan tout ou partie d'une surface courbe, qui est en général celle de la Terre modélisée par une sphère ou un ellipsoïde.

Les coordonnées planes sont issues de fonctions mathématiques plus ou moins complexes associant à un point  $M(\lambda, \varphi, h)$  de l'ellipsoïde, un point  $m(E, N)$  du plan.

- $E=f(\lambda, \varphi, h)$
- $N=g(\lambda, \varphi, h)$



Pour exemple simple :

Projection plate carrée :

- $E=R.\lambda$
- $N=R.\varphi$

avec  $R$  rayon de la terre  $\cong 6371\text{km}$ , et  $\lambda$  et  $\varphi$  exprimées en radians

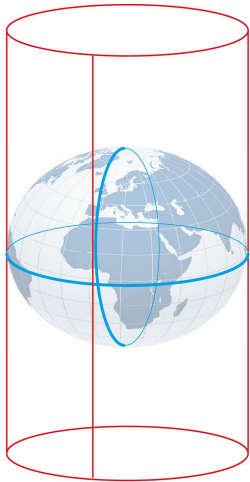
Les différentes représentations peuvent être symbolisées comme la représentation de la Terre

sur une surface développable (cylindre ou cône) ou sur un plan. Il existe cependant des représentations qui n'entrent pas dans ces classifications.

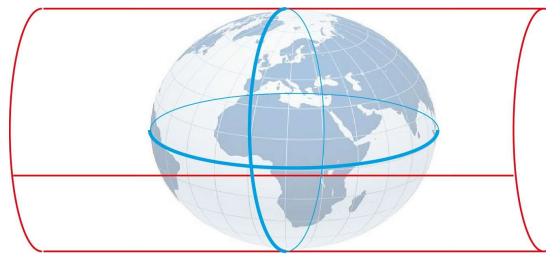
## Projections cylindriques

La surface de projection est un cylindre tangent ou sécant au modèle de la Terre.

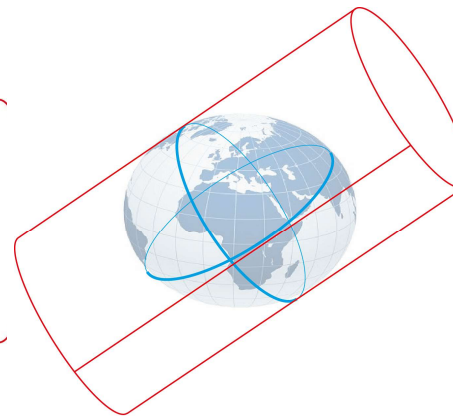
(Exemple : UTM, Gauss,...)



Cylindrique directe

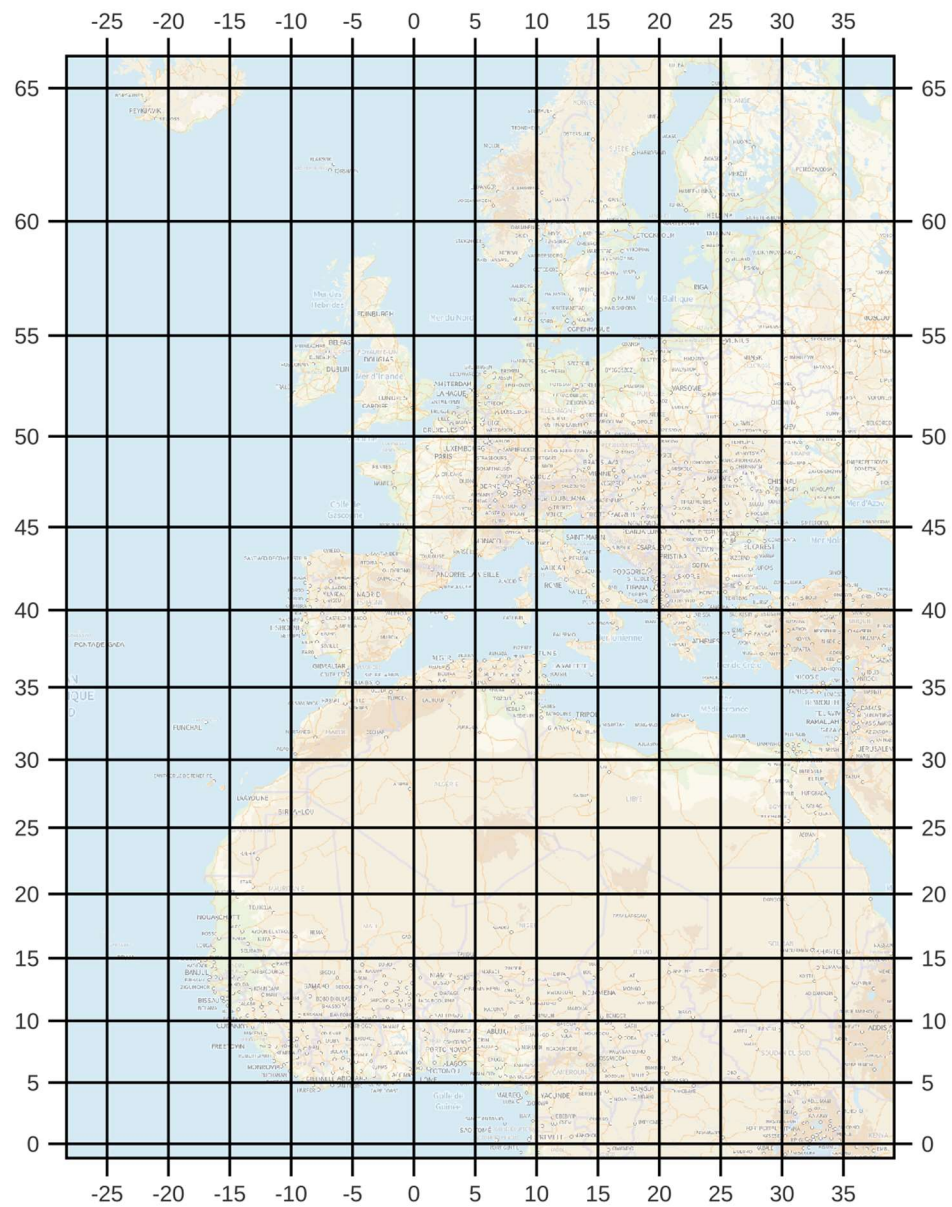


Cylindrique transverse



Cylindrique oblique

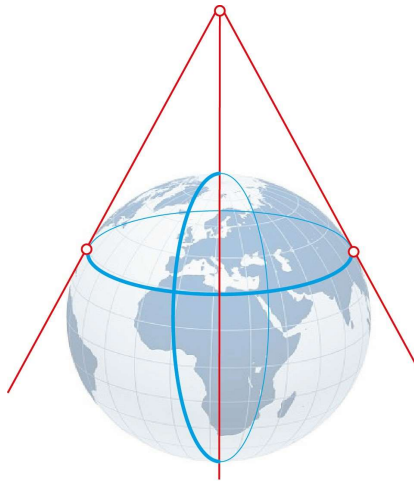
Dans une projection cylindrique directe, les méridiens et parallèles sont représentés par des droites orthogonales entre elles.



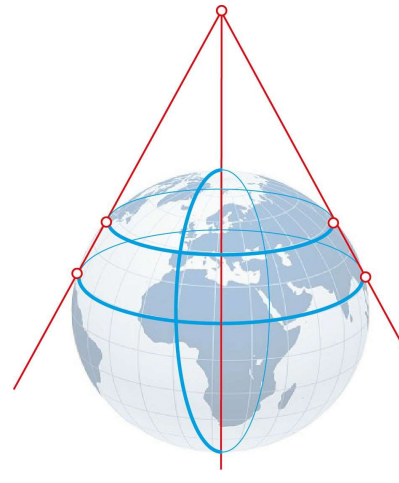
*Images des méridiens et parallèles dans une projection cylindrique directe*

## Projections coniques

La surface de projection est alors un cône tangent ou sécant (par exemple : Lambert, Lambert-93,...)

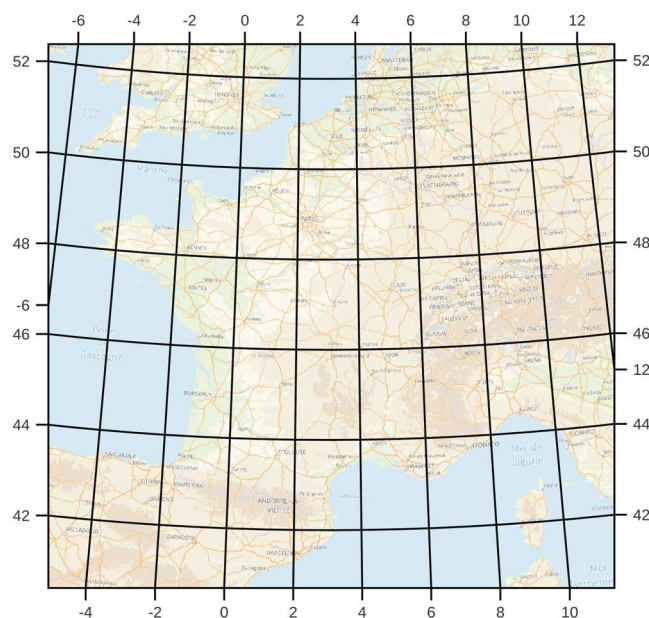


représentation conique directe  
tangente



représentation conique directe  
sécante

Dans une représentation conique directe, les parallèles sont représentés par des cercles concentriques et les méridiens par des droites concourantes.



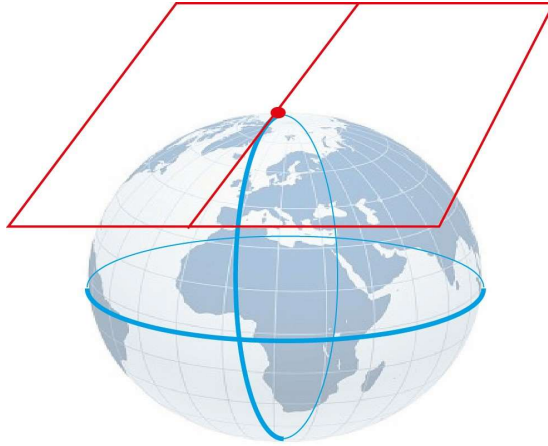
*Images des méridiens et parallèles dans une projection conique directe*



## Projections azimutales

Le plan de projection lui-même est tangent au modèle de la terre.

Exemple : Stéréographique polaire (carte du ciel, cartes des régions polaires,...)



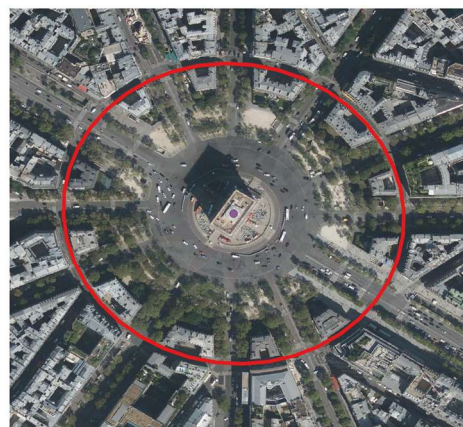
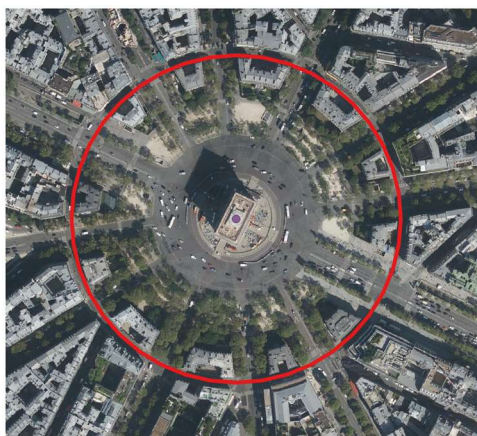
Représentation azimutale directe

## Propriétés des représentations

### Représentations conformes ou équivalentes

Lors de la construction mathématique des différentes projections (cylindriques, coniques ...) il est possible d'imposer des propriétés aux fonctions de projection.

- Propriétés de conserver les angles et donc les formes des objets : les projections sont dites **conformes**, l'image d'un cercle reste un cercle
- Propriétés de conserver le surface : la surface d'un cercle est alors représentée par une ellipse de même aire, la projection est dite **équivalente**





## Représentation conforme

## Représentation équivalente

Ainsi, le type de la projection est caractérisé par les propriétés de l'image d'un cercle de la sphère dans la représentation plane (indicatrice de Tissot).

### Altération des distances

Aucune représentation ne peut conserver les longueurs sur tout le domaine de la représentation.

On appelle module linéaire le rapport de la longueur  $ab$  sur le plan à la longueur  $AB$  sur l'ellipsoïde.

On appelle altération linéaire la variation relative des longueurs dans la représentation.

$$\text{module linéaire : } m = \frac{ab_{\text{plan}}}{AB_{\text{ellipsoïde}}}$$

$$\text{altération linéaire : } k = m - 1 = \frac{(ab - AB)}{AB}$$

### Isomètre central, parallèles automécoïques

Dans une représentation conforme, le lieu des points de même module linéaire est appelé isomètre. L'isomètre central est le lieu des points où le module linéaire a la valeur minimale. Le lieu des points où le module linéaire est égal à l'unité correspond, pour des représentations sécantes, à deux isomètres particuliers appelés parallèles automécoïques de la projection.

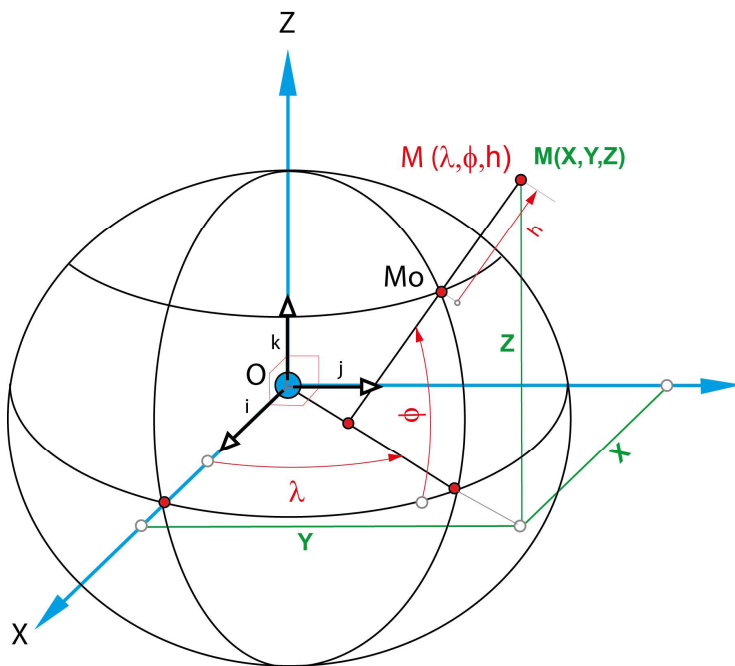
## Projection UTM (Universal Transverse Mercator)

La projection cylindrique UTM (Universal Transverse Mercator) couvre le monde entier et est constituée de 60 fuseaux de 6 degrés d'amplitude en longitude.

### Constantes de la représentation UTM

	UTM fuseau n	
<b>Zone d'application en latitude</b>	UTM Nord	UTM Sud
	0° + 80°	0° - 80°
<b>Latitude origine</b>	0°	
<b>Longitude origine ou méridien central de la projection</b>	$6(n-31)+3$ ° / Greenwich	
<b>Eo</b>	500 000 m	
<b>No</b>	UTM Nord	UTM Sud
	0 m	10 000 000 m
<b>ko</b>	0,9996	

# Conversion de Géographiques vers Cartésiennes géocentriques



$$\begin{cases} X = (N + h). \cos \varphi. \cos \lambda \\ Y = (N + h). \cos \varphi. \sin \lambda \\ Z = (N. (1 - e^2) + h). \sin \varphi \end{cases}$$

avec selon les paramètres de l'ellipsoïde associé :

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$W = \sqrt{1 - e^2. \sin^2 \varphi}$$

$$N = \frac{a}{W}$$

## Conversion cartésiennes géocentriques vers géographiques

Le calcul de la conversion de coordonnées cartésiennes géocentriques vers géographiques implique le plus souvent un processus itératif.

Il existe également un algorithme de conversion directe de mise en œuvre plus simple.

### Processus direct

Source : Bowring, 1985, « The accuracy of geodetic latitude and height equations », survey review, 28, pp202-206

$$\begin{aligned}
 f &= 1 - \sqrt{1 - e^2} & R &= \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} & \lambda &= \arctg\left(\frac{Y}{X}\right) \\
 \mu &= \arctg\left[\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \cdot \left((1 - f) + \left(\frac{e^2 a}{R}\right)\right)\right] \\
 \varphi &= \arctg\left[\frac{Z(1 - f) + e^2 a \sin^3 \mu}{(1 - f) \left[\sqrt{X^2 + Y^2} - e^2 a \cos^3 \mu\right]}\right] \\
 h &= \left[\sqrt{X^2 + Y^2} \cdot \cos \varphi\right] + \left[Z \sin \varphi\right] - \left[a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}\right]
 \end{aligned}$$

## Conversion Géographiques vers planes

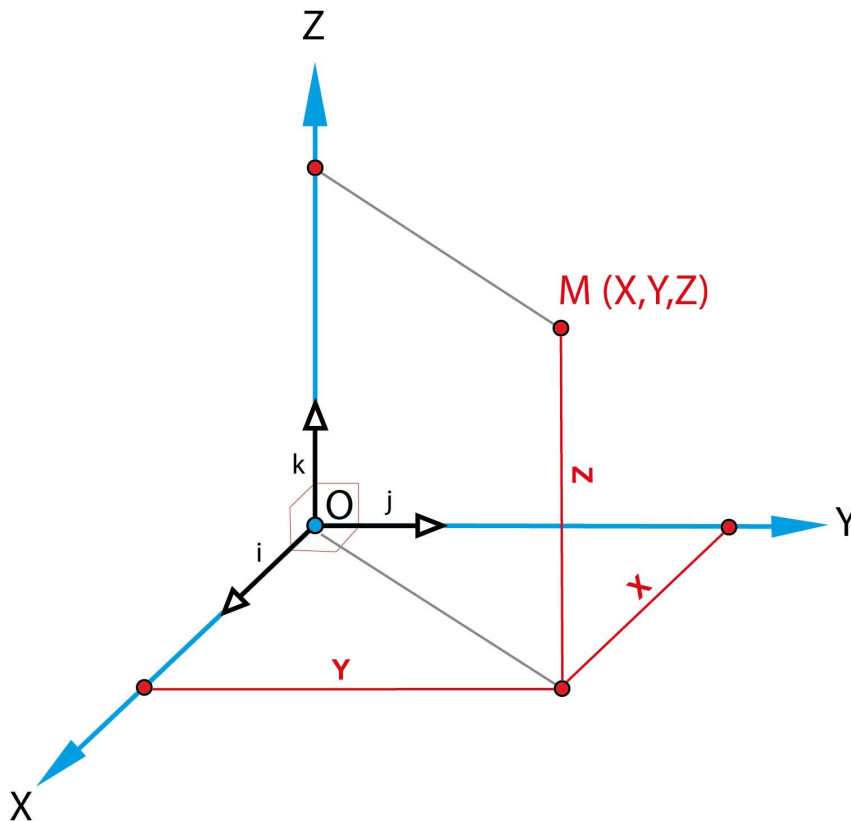
Ces transformations dépendent de formules spécifiques à chaque projection. Ces formules ne sont pas détaillées dans le présent document.

Vous trouverez des informations sur ces algorithmes sur le site [geodesie.ign.fr](http://geodesie.ign.fr).

## Système de référence terrestre (SRT)

Le positionnement des points dans l'espace et le temps au voisinage de la Terre nécessite la définition d'un système géodésique de référence.

C'est un repère affine  $(O, i, j, k)$  tel que :



- O est proche du centre des masses de la Terre :
  - pour les systèmes locaux (issus de réalisations terrestres) à moins de 500 mètres
  - pour les systèmes spatiaux (mondiaux) à moins de 10 mètres
- OZ est proche de l'axe de rotation terrestre ;
- OXZ est proche du plan méridien origine.

Les paramètres de positionnement du système peuvent être calculés à partir d'un point fondamental ou à l'origine d'un repère géocentrique conventionnel. Un tel système de référence étant défini, chaque point est repéré, à un instant donné, par des coordonnées; cela implique la connaissance d'un ellipsoïde associé et sa position dans l'espace.

De nombreux systèmes coexistent, en raison de dispositions légales, réglementaires, ou historiques, de l'amélioration des techniques et des modèles, de l'élargissement de la zone d'application des techniques à la Terre entière.

 [en savoir plus](#)

# Le Système International de Référence Terrestre (ITRS)

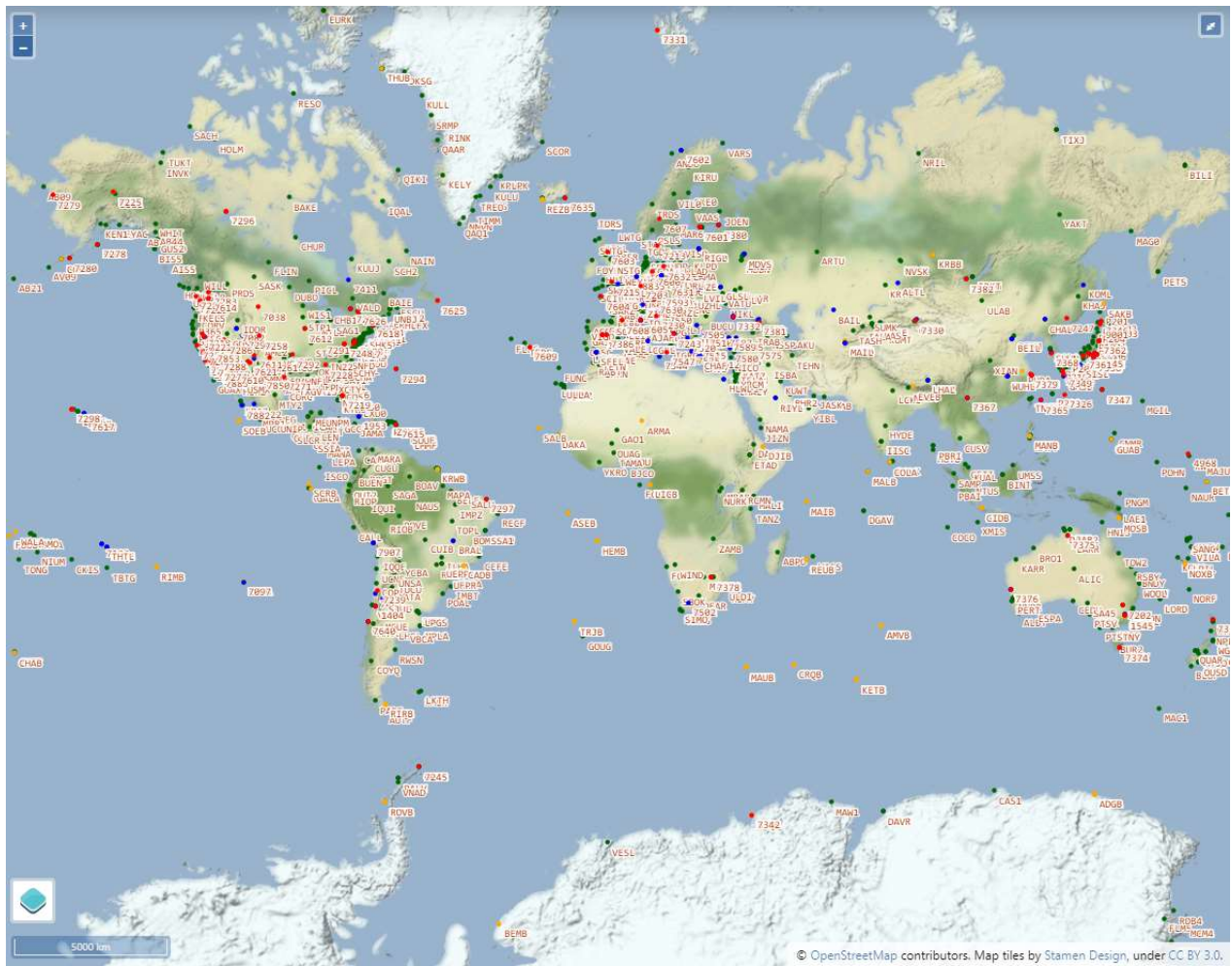
Sous l'effet de différents phénomènes physiques (tectonique des plaques, charge océanique, charge atmosphérique, tremblement de Terre, éruption volcanique...), la forme de la croûte terrestre évolue au fil du temps. Afin d'étudier et de mesurer ces phénomènes, un cadre de référence Terrestre a été initié en 1988 par l'IERS qui en assure depuis la maintenance. Ce cadre de référence décrit les différentes définitions, modèles mathématiques et physiques pris en compte pour la réalisation de cette référence.

Le Système International de Référence Terrestre (ITRS) est un système de référence spatial mondial co-rotatif avec la Terre dans son mouvement diurne dans l'espace. L'IERS, chargé de fournir des références mondiales aux communautés astronomiques, géodésiques et géophysiques, supervise la réalisation de l'ITRS. Les réalisations de l'ITRS sont produites par l'IERS ITRS Product Center (ITRS-PC) sous le nom de [International Terrestrial Reference Frames \(ITRF\)](#).

Ce cadre fournit, pour un ensemble de stations, des positions et des vitesses dans un système de coordonnées cartésiennes géocentriques associé. Le mouvement d'un point physique lié à la croûte terrestre, soumis seulement à de petites variations de nature essentiellement géophysique (marées, surcharges, tectonique...), est alors représenté par ses coordonnées, fonctions du temps.

De nos jours, quatre techniques géodésiques principales sont utilisées pour calculer des coordonnées précises : le GPS, le VLBI, le SLR et le DORIS. Étant donné que le réseau de suivi équipé des instruments de ces techniques évolue et que la période de données disponibles augmente avec le temps, l'ITRF est constamment mis à jour. 12 réalisations ou repères de référence de l'ITRS ont été mises en place à partir de 1988. La dernière en date est l'ITRF2020.

## Aide géodésique de Circé Mayotte



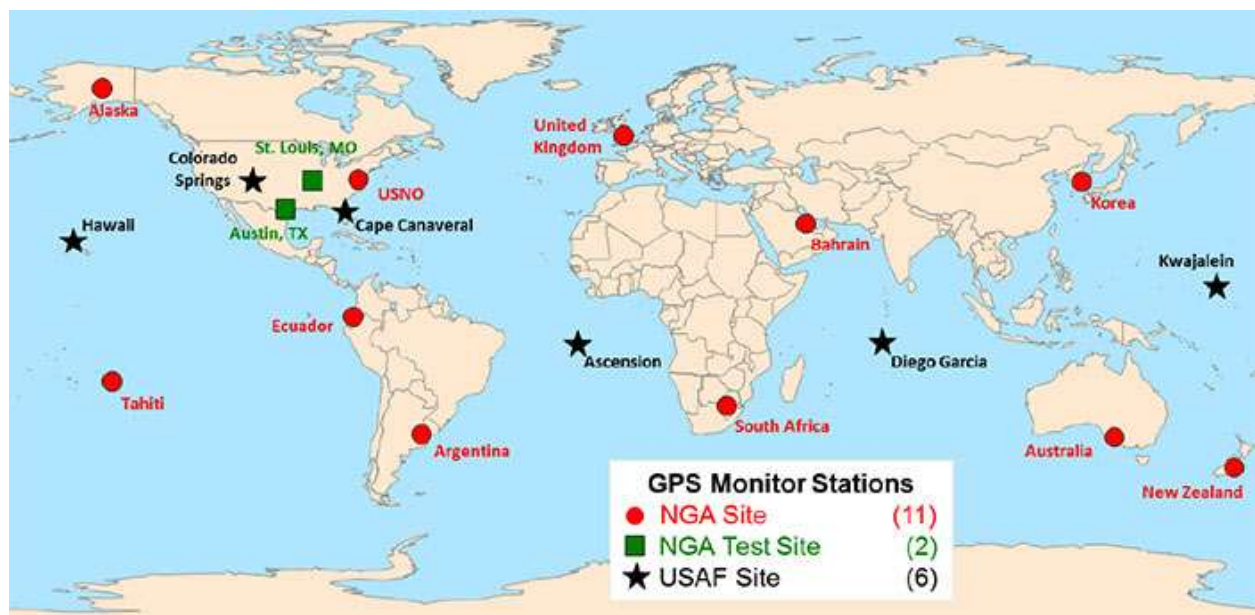


## World Geodetic System 1984 (WGS 84)

Le système géodésique mondial 1984 (WGS 84) est le cadre de référence utilisé par le système de positionnement global (GPS) et développé par le département de la défense des États-Unis (DoD). Il est maintenant maintenu par la National Geospatial Intelligence Agency (NGA) des États-Unis.

Le WGS 84 a été révisé six fois depuis sa réalisation initiale en 1987. La version la plus récente est le WGS 84 (G2139) mis en œuvre le 3 janvier 2021 et aligné au niveau centimétrique sur la réalisation du cadre de référence terrestre international 2014 à l'époque 2016.0 du Service GNSS international (IGS), connu sous le nom d'IGb14.

Le cadre de référence WGS 84 est réalisé au niveau mondial grâce aux coordonnées de 17 stations de surveillance du Department of Defense (DoD) réparties dans le monde entier. Le WGS 84 est un cadre de référence dynamique. Au début de chaque année, la NGA met à jour les coordonnées des stations des 17 sites. Les coordonnées sont ajustées à une époque située à la moitié de l'année pour tenir compte du mouvement de la tectonique des plaques. Cela signifie que les coordonnées WGS 84 dérivées par les utilisateurs à partir de mesures GPS sembleront se déplacer dans le temps.



*Stations de surveillance du DoD*

La précision du WGS 84 (G2139) telle qu'elle est réalisée à l'aide des éphémérides de diffusion et des mesures GPS est aujourd'hui généralement de 2 à 5 mètres.

Les sept réalisations du WGS 84 publiées à ce jour peuvent être consultées dans le registre géodésique de l'ISO : <https://geodetic.isotc211.org/register/geodetic/datums>

.

## Caractéristiques :

### Ellipsoïde associé : WGS 84 (pratiquement identique à l'IAG-GRS80)

L'Ellipsoïde WGS84 est défini par les constantes suivantes (valeurs exactes) :

<b>demi grand axe :</b>	$a = 6\,378\,137,0 \text{ m}$
<b>aplatissement :</b>	$f = 1/298.257\,223\,563$

**Remarque :** Les ellipsoïdes WGS 84 et IAG GRS80 sont à l'origine définis de la même manière, plus mathématiquement par la donnée du demi grand axe  $a$  et par

- l'harmonique zonal du second degré  $J_2$  pour GRS80
- $C_{20}$  arrêté au 8ème chiffre significatif pour WGS 84

d'où un écart (insignifiant) de 0.0001 m sur  $b$ .

### Projection courante associée : UTM

 [Spécifications WGS84 : NGA.STND.0036\\_1.0.0\\_WGS84](#)

## Repère de référence locaux

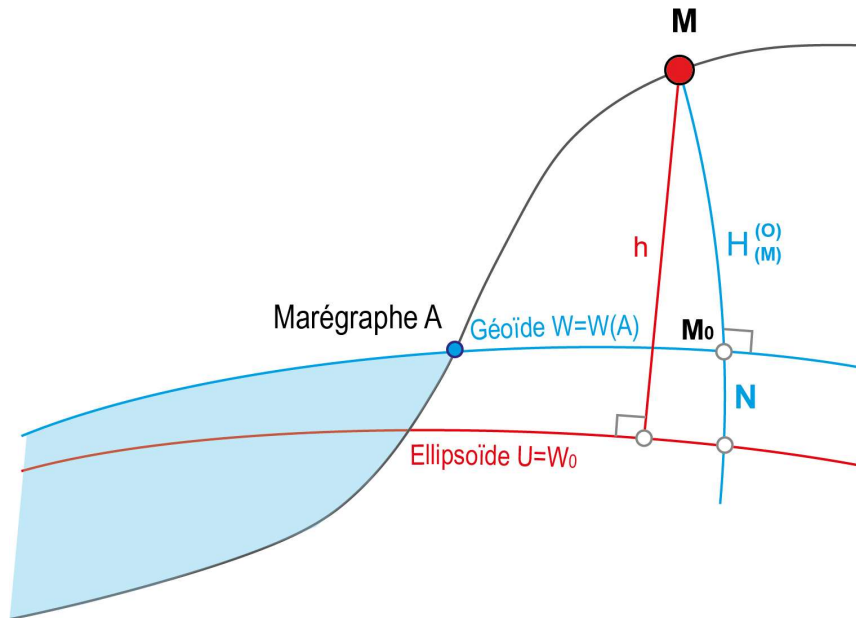
Les repères de référence locaux sont définis sur une partie de la Terre à partir de techniques de géodésie terrestre.

Les coordonnées d'un point dit fondamental sont déterminées par observations astronomiques. Les coordonnées sont ensuite propagées sur le territoire concerné par triangulation. L'origine de tels repères est quasi-géocentrique (proche du centre de masse de la Terre), ils sont bi-dimensionnels, l'accès à l'altitude des points étant réalisé par la constitution d'un réseau de nivellement indépendant.

Ces repères sont devenus le plus souvent obsolète avec l'apparition des méthodes de technologie spatiale GNSS.

# Altitudes, définitions

## Altitudes



L'**altitude**  $H_{(M)}^{(O)}$  d'un point M de la surface topographique est de manière très approchée la distance entre le point et la surface de référence appelée géoïde.

Le géoïde est une surface équipotentielle du champ de pesanteur ( $W=W_0$ ) qui correspond approximativement au niveau moyen des mers.

L'expression du modèle de pesanteur utilisé définit le type d'altitude (dynamique, orthométrique ou normale).

## Altitude dynamique

Altitude obtenue en divisant la cote géopotentielle d'un point par une valeur conventionnelle constante de l'intensité de la pesanteur.

**Note :** L'intensité de la pesanteur généralement choisie est égale à la pesanteur normale sur l'ellipsoïde à la latitude géographique 45° (ou 50 grades).

## Altitude normale

Altitude obtenue en divisant la cote géopotentielle d'un point par la valeur moyenne de la

pesanteur normale à mi-altitude, comptée le long de la ligne de force du champ normal du point considéré.

**Note :** La surface de référence théorique des altitudes normales est le quasi-géoïde.

Contrairement aux altitudes orthométriques, les altitudes normales se calculent sans aucune hypothèse sur les variations de la pesanteur à l'intérieur de la croûte terrestre.

## **Altitude orthométrique**

Altitude obtenue en divisant la cote géopotentielle d'un point par la valeur moyenne de la pesanteur réelle entre le géoïde et le point considéré, comptée le long de la ligne de force du champ de pesanteur.

Note : L'altitude orthométrique d'un point s'interprète comme la longueur de la ligne de force reliant ce point au géoïde. La surface de référence des altitudes orthométriques est donc, en théorie, le géoïde. Mais comme la variation de l'intensité de la pesanteur à l'intérieur de la croûte terrestre n'est pas mesurable en pratique, on la modélise et les altitudes orthométriques ne peuvent pas être exactement calculées.

Il existe plusieurs sous-types d'altitudes orthométriques selon la convention adoptée pour la variation verticale de l'intensité de la pesanteur.

## **Altitude orthométrique de Helmert**

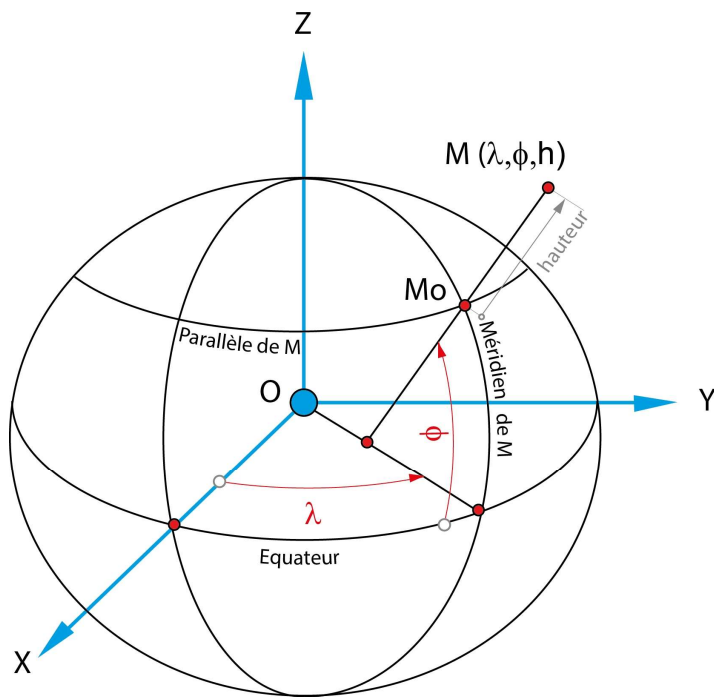
L'altitude orthométrique de Helmert est définie comme la hauteur d'un point mesurée le long de la ligne de force du champ de pesanteur entre ce point et le géoïde, en supposant une variation linéaire de la pesanteur. Elle est calculée en utilisant la cote géopotentielle du point et en appliquant la moyenne de la pesanteur réelle le long de cette ligne, obtenue à l'aide du gradient de pesanteur de Poincaré-Prey. Cette altitude représente une approximation des altitudes orthométriques, car elle ne prend pas en compte la distribution réelle des masses à l'intérieur de la Terre, ce qui peut entraîner des écarts, notamment en zone montagneuse.

## **Altitude orthométrique normale**

Type d'altitude obtenu en appliquant aux dénivelées géométriques une correction qui ne dépend pas de la pesanteur réelle mais de la pesanteur normale.

**Note :** L'altitude dite « orthométrique NGF-Lallemant » est en réalité une altitude orthométrique normale.

## Hauteur ellipsoïdale



Différence de hauteur  $h$  entre le point considéré et l'ellipsoïde de référence mesurée selon la normale à l'ellipsoïde. Cette valeur est définie dans un système géodésique et peut différer de l'altitude de plusieurs dizaines de mètres.

*Remarque : tous les systèmes de positionnement par satellites fournissent une hauteur ellipsoïdale et non une altitude.*

## Repère de référence verticale

Un repère de référence verticale est défini par un point fondamental, souvent proche d'un marégraphe, auquel on a attribué une altitude conventionnelle, d'un type précis :

- cote géopotentielle
- altitude dynamique
- altitude orthométrique
- altitude normale

Chaque réalisation physique du système donne lieu à un "repère de référence vertical" constitué d'un ensemble de points physiques avec une altitude et des coordonnées.

La réalisation de ce repère se fait par technique de nivellement, en mesurant des dénivelées et en déterminant de proche en proche l'altitude de repères de nivellement qui constituent le réseau. On mesure aussi partiellement sur le réseau la valeur de la pesanteur par gravimétrie afin de calculer des différences de potentiel.

## La conversion des hauteurs ellipsoïdales en altitudes

Le développement rapide de l'utilisation du GPS a suscité de nouveaux besoins en matière de systèmes de référence et de conversions de coordonnées, en particulier dans le domaine de l'altimétrie. Alors qu'en géodésie traditionnelle on sépare les déterminations planimétriques et altimétriques, le GPS permet d'intégrer ces opérations. Il devient dès lors nécessaire de convertir les hauteurs ellipsoïdales en altitudes.

$$H^{(o)} = h - N$$

La grandeur  $N$ , appelée ondulation du géoïde ou anomalie d'altitude, correspond à la hauteur du géoïde au-dessus de l'ellipsoïde. Elle peut être négative.

Voir aussi [transformations entre repères de référence](#)

## Modèles de géoïde

Le champ de gravité dérive d'un potentiel scalaire. Le géoïde est une surface de valeur constante de ce potentiel (surface équipotentielle du champ de gravité), assez proche du niveau moyen des mers. Le géoïde est l'origine théorique des altitudes orthométriques.

Théoriquement, les altitudes orthométriques fournies par le nivellement devraient suivre le géoïde. Malheureusement, on sait le nivellement soumis à certains systématismes et éventuellement à des fautes. La surface de cote 0 d'un nivellement n'est donc pas exactement le géoïde, mais une surface assez proche de celui-ci.

Le modèle global **EGM2008** (Earth Gravity Model 2008) est le plus récent « modèle de géoïde » diffusé par la NIMA (National Imagery and Mapping Agency - USA) sur le World Wide Web. Ce fichier donne les valeurs de l'ondulation du géoïde (hauteur du géoïde au-dessus de l'ellipsoïde IAG-GRS 1980), dans la référence WGS 84, au pas de 1'\*1' selon un format facilement exploitable. Différentes méthodes d'interpolation peuvent être envisagées, donnant lieu à des résultats pouvant varier de quelques décimètres, mais la méthode préconisée est l'interpolation spline d'ordre 6.

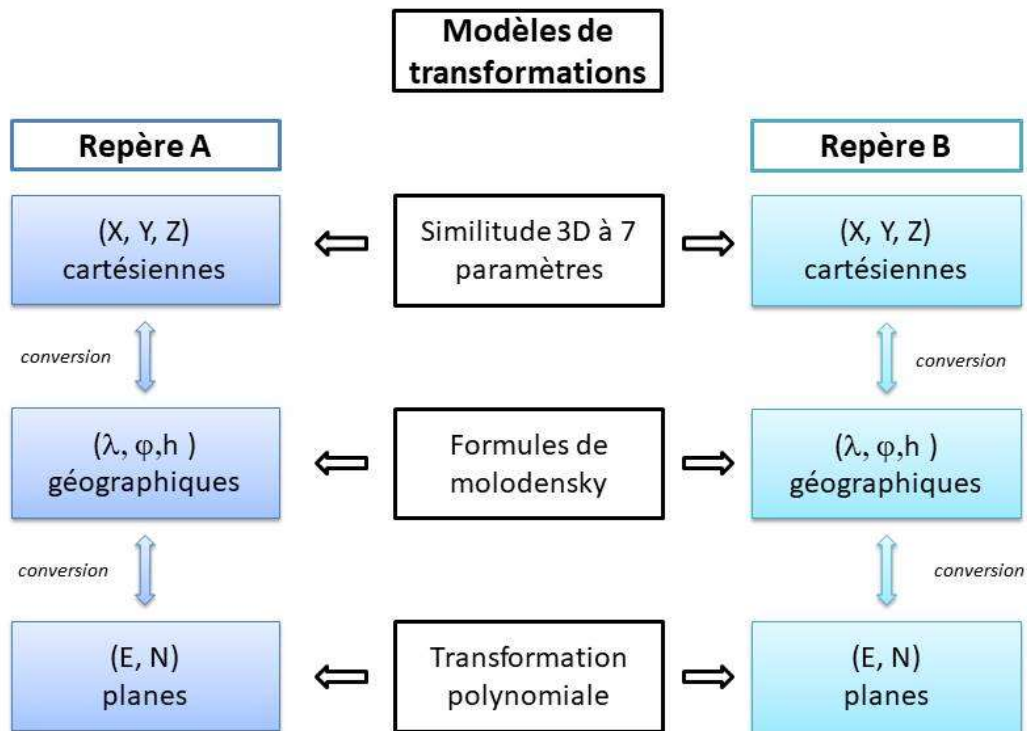
## Surfaces de conversions altimétriques

La surface de conversion altimétrique entre un repère géodésique et un repère altimétrique s'appelle une grille. Donc il existe autant de grilles que de conversions, chaque grille ayant ses caractéristiques.



## Définitions

On entend par changement de repère géodésique la transformation qui permet d'exprimer les coordonnées cartésiennes, géographiques ou planes d'un point dans un autre repère géodésique. Il peut être détaillé selon le modèle suivant :



Le plus utilisé est la similitude 3D car elle présente l'avantage de pouvoir être utilisée "dans les 2 sens" (les mêmes 7 paramètres servent à transformer des coordonnées exprimées dans le repère A vers le repère B mais également du repère B vers le repère A en changeant leur signe).

Les formules de Molodensky sont des développements limités dont l'ordre influe évidemment sur la précision finale. Le passage inverse nécessite l'application de formules différentes.

La transformation polynomiale ne s'applique que sur des zones restreintes (pour conserver une précision comparable à celle obtenue par l'emploi d'une similitude).

## Similitude 3D à 7 paramètres

Compte tenu des faibles rotations utilisées en géodésie, les formules pour passer du système A au système B sont les suivantes :

$$\begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + \Delta \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 0 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix}$$

Le modèle est dit à 7 paramètres :

- 3 translations :  $T_X, T_Y, T_Z$
- 3 rotations :  $R_X, R_Y, R_Z$  (convention IERS)
- 1 facteur d'échelle :  $\Delta$